

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”***Ediția a XXVIII-a***ETAPA JUDEȚEANĂ – 7 martie 2026****IX. osztály – H1 – Szakközép kategória****1. feladat (20 pont)**Adott az $ax^2 + bx + c = 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ egyenlet, amelynek gyökei x_1 és x_2 .

- Ha az a, b és c nullától különböző valós számok mértani haladványban vannak, ebben a sorrendben, igazold, hogy az egyenletnek nincsenek valós gyökei!
- Határozd meg az a, b, c , valós számokat, ahol $a > 0$, amelyekre a, x_1, b, x_2, c egy számtani haladvány egymásután következő tagjai!
- Ha $b = a + c$ és $0 < c < 2a$, igazold, hogy $|x_1 - x_2| < 1$.

2. feladat (20 pont)Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amely rendelkezik az $f(x + a) \leq x \leq f(x) + a$, $(\forall)x \in \mathbb{R}$ tulajdonsággal, ahol a egy rögzített valós paraméter.

- Igazold, hogy $f(x) = x - a$, $(\forall)x \in \mathbb{R}$.
- Határozd meg azokat az n nullától különböző természetes számokat, amelyekre

$$f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(n) \geq \frac{n^2 + n - 6a}{2}.$$

- Határozd meg az $a \in \mathbb{R}^*$ számot, ha a $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = a \cdot f(x)$ függvény grafikus képe az Ox és Oy koordináta-tengelyekkel $T=4$ területű háromszöget alkot!

3. feladat (20 pont)Egy O középpontú kör AB és CD húrjai merőlegesek egymásra és a P pontban metszik egymást. Legyen az M pont az O pontból az AB egyenesre húzott merőleges talppontja.

- Bizonyítsd be, hogy $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = 2\overrightarrow{OP}$.
- Bizonyítsd be, hogy $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} = 2\overrightarrow{PM}$.
- Igazold, hogy $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{PD} = 2\overrightarrow{PO}$.

4. feladat (30 pont)Egy drónból nézve az A, B és C falvak úgy helyezkednek el, hogy drónról megfigyelve a helyzetük egy A -ban derékszögű háromszöget alkot. Egy G vasútállomás a B és C falvak között helyezkedik el (a BC szakaszon). A mérések a következő eredményeket adták:

$$AB = 2(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \text{ km}, \quad \widehat{ABC} = \widehat{GAC} = 15^\circ.$$

- Bizonyítsd be, hogy $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$.
- Határozd meg a G állomástól a három faluhoz vezető utak hosszát (az utakat a GA , GB és GC szakaszok jelentik)!
- Bálint 06:33 órakor elindul B faluból az állomásra, de mivel a BG út le van zárva, az A falun keresztül vezető úton kell menjen. A B és A falvak közötti utat egy robogóval teszi meg 38 km/h sebességgel, az A faluból gyalog megy az állomásig 6 km/h sebességgel. Tudva, hogy a vonat, amelyre Bálint fel kell üljön 07:10 órakor indul, állapítsd meg, hogy Bálint kiér-e időben az állomásra (használd a $\sqrt{2} \cong 1,4$ és $\sqrt{6} \cong 2,4$ megközelítő értékeket)!

Megjegyzés:

Munkaidő: 3 óra; minden feladat kötelező; hivatalból 10 pont jár.

A maximális pontszám 100 pont.